

**DEVOIR 4**  
**OPTIMUM ET ÉQUILIBRE GÉNÉRAL**

---

**Question 1**

**(30 points)**

Dans une économie, les préférences de deux consommateurs à l'égard du bien 1 et du bien 2 sont données par :

$$u_1(x_{11}, x_{12}) = \ln(x_{11}^2 x_{12}^5)$$

$$u_2(x_{21}, x_{22}) = x_{21}^{2/7} x_{22}^{5/7}$$

- 1.a** Si les deux consommateurs veulent se partager  $w_1$  unités du bien 1 et  $w_2$  unités du bien 2, comment devraient-ils se partager les biens afin que ce partage soit optimal au sens de Pareto ?
- 1.b** Expliquez en mots pourquoi le partage trouvé au numéro précédent est un optimum au sens de Pareto.
- 1.c** Interprétez les conditions d'équilibre liées au problème **1.a**.
- 1.d** Illustrez — dans le cas où  $w_1 = 4$ ,  $w_2 = 9$  et  $\bar{u}_2 = 3,1728$  — les réponses du numéro **1.a** dans une boîte d'Edgeworth.
- 1.e** La valeur de  $\bar{u}_2$  a été fixée arbitrairement. Or, quelle(s) valeur(s) pourrai(en)t prendre  $\bar{u}_2$  ?
- 1.f** Si  $w_1 = 4$ ,  $w_2 = 9$  et  $\bar{u}_2 = 4,7591$ , illustrez les réponses du numéro **1.a** dans une boîte d'Edgeworth. Est-ce que cet optimum est « meilleur » que celui trouvé en **1.d** ?
- 1.g** L'allocation trouvée en **1.d** est optimale au sens de Pareto. Déterminez le système de prix ( $p_1^*$ ,  $p_2^*$ ) compatible avec cette allocation qui permet de satisfaire un équilibre de marché. **Expliquez brièvement votre démarche.**

## Question 2

(25 points)

Nous considérons une économie d'échange et de propriété privée au sein de laquelle les préférences de deux consommateurs sont représentées par les fonctions d'utilité suivantes :

$$\text{Consommateur 1 : } u_1(x_{11}, x_{12}) = x_{11}^{1/5} x_{12}^{4/5}$$

$$\text{Consommateur 2 : } u_2(x_{21}, x_{22}) = \ln(x_{21}^2 x_{22})$$

Les dotations initiales détenues par les consommateurs sont :

$$\text{Consommateur 1 : } (w_{11}, w_{12}) = (2, 4)$$

$$\text{Consommateur 2 : } (w_{21}, w_{22}) = (2, 5)$$

- 2.a** Les consommateurs ont-ils intérêts à échanger des biens entre eux ? **Expliquez**
- 2.b** Quelles sont les **fonctions** de demande excédentaire agrégée des deux biens ?
- 2.c** Pour quelle valeur de  $p^*$  pouvons-nous obtenir un équilibre général des échanges ?
- 2.d** Calculez l'allocation d'équilibre.

**Question 3****(25 points)**

Dans une économie d'échange et de propriété privée, nous considérons deux groupes de consommateurs (le groupe 1 et le groupe 2) et deux biens (le bien 1 et le bien 2). De plus, dans ce contexte économique, les dotations initiales sont de  $w_1$  unités du bien 1 et  $w_2$  unités du bien 2. Enfin, nous considérons que les deux groupes de consommateurs ont les mêmes préférences à l'égard des deux biens.

**Les dotations initiales sont les suivantes :**

$w_1$	50
$w_2$	100

**3.a** Les biens sont répartis de sorte que :

$$\text{Groupe 1 : } (w_{11}, w_{12}) = (25, 50)$$

$$\text{Groupe 2 : } (w_{21}, w_{22}) = (25, 50)$$

Est-ce que ce partage est optimal au sens de Pareto ? **Expliquez**

**3.b** Supposons que les préférences des deux groupes de consommateurs soient données par :

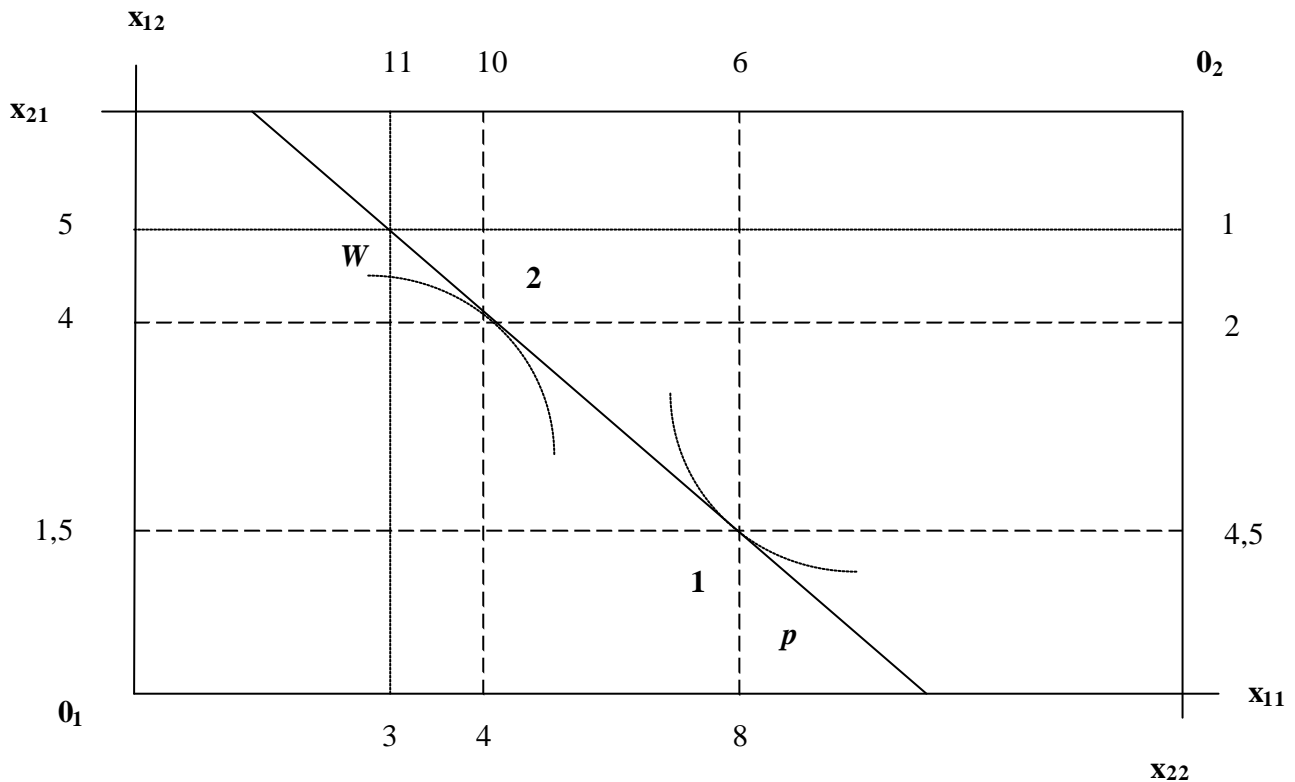
$$v_i(p_1, p_2, R_i) = \frac{3^{3/5}}{4^{4/5}} \frac{R_i^{4/5}}{p_1^{1/5} p_2^{3/5}} \quad (i = 1, 2).$$

En considérant les allocations initiales données en **3.a**, est-ce que le système de prix  $(p_1^*, p_2^*) = (1, 3)$  permet d'obtenir un équilibre général des échanges ? **Justifiez**

**Question 4**

(20 points)

Considérons la boîte d'Edgeworth suivante :



- 4.a Dans la mesure où le point  $W$  correspond aux dotations initiales des consommateurs 1 et 2 et en considérant que les quantités choisies par ces consommateurs sont représentées par les point **1** et **2**, calculez les demandes excédentaires du bien 1 ainsi que du bien 2.
- 4.b Les quantités choisies représentent-elles des décisions optimales pour les deux consommateurs ? **Justifiez**
- 4.c Calculez les demandes excédentaires agrégées pour les deux biens.
- 4.d Est-ce que les quantités choisies par les consommateurs 1 et 2 (lorsque le système de prix est  $p$ ) permettent d'obtenir un équilibre général des échanges ? **Justifiez**

**4.e** Le prix  $p$  est-il plus grand, plus petit ou égal au prix  $p^*$  qui permet d'obtenir un équilibre général des échanges ? **Expliquez rigoureusement.**

**4.f** Est-ce que la loi de Walras est respectée ? **Expliquez**